【問１】異なる４つの正の整数がある。これらのうちから２つを選んで和と差（大きいほうの数から小さいほうの数を減じて得た数）を算出して，そのすべてを大きい順に左から並べたところ，次のとおりとなった。

109，　99，　87，　64，　57，　52，　45，　42，　35，　22，　12，　10

このとき，　４つの整数の和はいくらか。【国総 26 年度 18_0**】

1　121　　2　144　　$\boxed{3}$　151　　4　154　　5　173

【解説】46%　a ＞ b ＞ c ＞ d として，　a ＋ b ＝109，　a ＋ c ＝99，⇒ b － c ＝10

組合せは，和の場合　　a＋b，a＋c，a＋d，b＋c，b＋d，c＋d

差の場合　　a－b，a－c，a－d，b－c，b－d，c－d

ところで，与えられた数の中で，２つの差が 10 であるものに着目すると，

52 と 42，45 と 35，22 と 12 の３組がある。

これより，この３組の数の中のどちらか一方に b と c がそれぞれ入っていることになり，b－c＝10 より，左の大きい方に b が入っている。

そして，これらの３組は，b＋d と c＋d，a－c と a－b，b－d と c－d のいずれかである。他の組合せは，一方のみに b と c が入っていない。

ここで，小さい c と d の組合せは，(c＋d)＋(c－d) ＝2c より，この和は偶数である。したがって，b が入っていない右側の偶数である 42 と 12 が該当する。

c＋d＝42　　c－d＝ 12　　よって，４つの和は，a＋b＋c＋d＝109＋42＝151

【問２】　$7^{13}+3^{17}$ の一の位の数として正しいのは，次のうちどれか。

【市役所 14 年度 22_1*】

$\boxed{1}$　0　　2　2　　3　4　　4　6　　5　8

【解説】65%　一の位だけを問題にする場合，他の位は無視できる。一の位だけ考えた指数の性質を理解する。$7\times7=7^2=49$　⇒　9，$7\times7\times7\times7=7^4=81$　⇒　1，$(7^4)^2=7^8=1$

$17^{13}+13^{17}=7^{13}+3^{17}=7^{4\times3}\times7^1+3^{4\times4}\times3^1=7+3=10$

【問３】「10，11」のように２つの連続する２ケタの整数を，それぞれ２乗して足し合わせた数のうち，一の位が３となるのはいくつあるか。【国税 24 年度 23_5*】

1　12　　2　14　　3　16　　$\boxed{4}$　18　　5　20

【解説】56%　1～9 までを２乗すると，1，４，９，６，５，６，９，４，１であり，足して３になるのは，４，９（２－３）と９，４（７－８）の場合であり，２ケタの該当する数を数えると，12―13，17－18 から 97－98 まで 18 個ある。

【問４】　ある自然数に対して５で割る操作を繰り返す。５で割り切れるときは商を改めて対象とし，５で割り切れないときは１を引いた数を改めて対象として同じ操作を繰り返す。このようにして結果が０になったところで操作を終了する。たとえば，２と５はともに２回で操作が完了する。では，操作がちょうど４回で終了する数はいくつあるか。

【市役所 12 年度 24_6**k】

1　7　　$\boxed{2}$　8　　3　9　　4　10　　5　11

【解説】44%　問題をよく読み，理解して例を検討する。2 は 2 回で操作が完了する，すなわち０になる。2 は 5 で割り切れないから→1　①，１は 5 で割り切れないから→0　②

5 は 5 で割り切れるから商は１　①，１　は 5 で割り切れないから→0　②

2 も 5 も 1 になってから 0 になっている。

４回目で０になるには，３回目が１であることが必要である。2 回目は 2 又は 5 である。1 回目は，割り切れずに１を引く <u>3</u>，又は割切れて２になる <u>10</u> がある。更に，割り切れず

に 1 を引いて 5 になる 6，と割切れて 5 になる 25 がある。
　そして，最初の 0 回目は，1 を引いて 3，10，6，25 になるものと，5 で割って 3，10，6，25 になるものの 8 個がある。
すなわち，4，11，7，26 と，15，50，30，125 である。

【問５】 A，B，C は，いずれも 300 以下の 3 ケタの自然数であり，次の条件を満たしているとき B と C の差はいくらか。【国総 29 年度 32_1**】
ア　A>B>C である。
イ　A，B，C の最大公約数は 6 であり A，C の最大公約数は 12 である。
ウ　A と C の積は 91 で割り切れる。
エ　B の素因数はすべて 7 以下である。B は 9 でも 49 でも割り切れない。
1　42　　2　48　　$\boxed{3}$　54　　4　60　　5　66

【解説】48%　（略:H31.4.19）

【問６】 いずれも 2 ケタの自然数 a，b があり，a>b である。a は 6 で割り切れるが，a^2 は 8 で割り切れない。また，b は 13 で割り切れる。a ×b が 40 で割り切れるとき，a と b との差として正しいものは，次のうちどれか。【地上 22 年度 36_3**】
1　14　　2　20　　3　26　　4　32　　$\boxed{5}$　38

【解説】34%　a は 6＝2×3 の倍数，しかし，a^2 は 2×2×2 の倍数ではないから，a は 2×2 の倍数ではない。2×2 を 2 乗すると 8×2 となり 8 の倍数となる。よって，a は 2 を 1 つだけ持つ。b は 13 で割り切れるから，13，2×13，3×13・・・7×13＝91，a ×b が 40 で割り切れるから，a ×b は，40 の素因数である 2×2×2×5 を持つ。a が 2 を 1 つ持つから，b は 2×2 を持ち 13 で割切れる 2 桁だから，b は 4×13＝52 となる。a は 2 を 1 つと 3 を複数もち，5 も持つから，10 の倍数となり，52 より大きい 2 桁だから 3 が 2 個で，10×3×3＝90 となる。よって，90－52＝38

【問７】 3 つの自然数 14，63，n は，最大公約数が 7 で，最小公倍数が 882 である。n が 300 より小さいとき，自然数 n は全部で何個か。【特別区 28 年度 44_3*】
1　2　　2　3　　$\boxed{3}$　4　　4　5　　5　6

【解説】36%　882 を因数分解し，2×3×3×7×7。n は，7 を 2 個持っていなければ最小公倍数が 882 にならないから，7×7＝49，これと他の素因数との積で 300 以下の組合せを探すと，49，98，147，294

【問８】 りんごとみかんが合計 84 個ある。このりんごとみかんを何人かにそれぞれ同数ずつ配ろうとすると，人数が 12 人の場合はりんごもみかんも全員がそれぞれ同数ずっとなるように配ることができる。しかし，人数が 8 人の場合はりんごを全員が同数となるように配ることができず，9 人だとみかんを全員が同数となるように配ることができない。このとき，6 人にりんごとみかんをそれぞれ同数ずつ配るとすると，1 人に配られるりんごとみかんの個数の差として正しいものは，次のうちどれか【市役所 21 年度 48_7**】
$\boxed{1}$　2　　2　3　　3　4　　4　5　　5　6

【解説】48%　文中に「しかし、人数が 8 人の場合はりんごを全員が同数となるように配ることができず､9 人だとみかんを全員が同数となるように配ることができない。」とあり，「8 人の場合はみかんを全員が同数となるように配ることができる」とは断定できず，また「9 人だとリンゴを全員が同数となるように配ることができる」

とはいえない。この場合，りんご 24 個，ミカン 60 個も問題の解答として矛盾せず，その差が 6 であるから正解は「5」もありうる。

しかし，文章を読むと，「人数が 12 人の場合はりんごもみかんも全員がそれぞれ同数ずつとなるように配ることができる。しかし、」と続くのであるから，（8 人の場合ミカンは同数となるように配ることができるが）が省略されているとみるのが出題者の意図を正解するものである。

84 個を 12 人に配ると 1 人 7 個である。りんごもみかんも 12 の倍数である。12, 24, 36，48，60，72 となり，みかんは 8 人に配れるから，8 の倍数の 24，48，72 が該当し，りんごは 9 人に配れるから，9 の倍数の 36，72 となる。両方で 84 個だから 48＋36＝84　みかん 6 個，りんご 4 個でその差は，2 個

【問９】500 以下の自然数のうち，3 で割ると 1 余り，かつ，7 で割ると 3 余る数は何個あるか。
【国Ⅱ23 年度 52_0**】

1　18 個　　2　20 個　　3　22 個　　$\boxed{4}$　24 個　　5　26 個

【解説】49%　地道に数える。3 で割ると 1 余るのは，4，7，10，13，16，19，22，25，28，31。この数字は，3 の倍数に 1 を加えたものである。7 で割ると 3 余る数字は，7 の倍数に 3 を足したもので，10，17，24，31，となり，7 と 3 の最小公倍数 21 の倍数で共通することが分かるから，500÷21＝23＋α　23 個であるが最初の 10 を加え 24 個となる。

【問１０】　A，B，C の 3 人はコーヒーを飲むときは必ずそれぞれ 2 個，3 個，5 個の角砂糖を入れている。3 人に同数の角砂糖を渡し，それがなくなるまでコーヒーを飲み続けてもらった。すると A は角砂糖をちょうど使い切り，B と C はいくつか残った。このとき B の飲んだコーヒーは 20 杯以上 26 杯未満であった。C は残った角砂糖を B にあげた。B は自分の残りの角砂糖と C にもらった角砂糖でもう何杯か飲むことができ，角砂糖もちょうど使い切った。C が飲んだコーヒーは何杯か。
【市役所 16 年度 57_6*】

1　10 杯　　2　11 杯　　3　12 杯　　4　13 杯　　$\boxed{5}$　14 杯

【解説】38%　場合分けして地道な検討が望まれる。 渡された角砂糖 X は，A が丁度だから 2 の倍数，B は 1 個又は 2 個残りで 20 杯から 25 杯の内，X は偶数となるから，20 杯では 62，21 杯は 64，同様に 68，70，74，76 が考えられる。

C は 1～4 個残したから，X は 5 の倍数ではなく 70 が除外される。B は C から 1～4 個もらい，自分の残っていた 1 個又は 2 個で丁度飲みきったから，もらった個数と自分の残りの合計は 3 の倍数となる。 62，64，68，74，76 を検討する。 各数字を 5 で割った余りと 3 で割った余りが 3 の倍数になれば丁度飲み切る。62 は 2＋2, 64 は 4＋1, 68 は 3＋2，74 は 4＋2＝6，76 は 1＋1　したがって，74 個が該当し，C は 4 個あげたことになる。74÷5＝14 余り 4 となる。