

【問1】異なる4つの正の整数がある。これらのうちから2つを選んで和と差（大きいほうの数から小さいほうの数を減じて得た数）を算出して、そのすべてを大きい順に左から並べたところ、次のとおりとなった。

109, 99, 87, 64, 57, 52, 45, 42, 35, 22, 12, 10

このとき、4つの整数の和はいくらか。【国総26年度】18_0**

1 121 2 144 **3** 151 4 154 5 173

【解説】58% $a > b > c > d$ として、 $a + b = 109$, $a + c = 99$, $\Rightarrow b - c = 10$
 組合せは、和の場合 $a+b$, $a+c$, $a+d$, $b+c$, $b+d$, $c+d$
 差の場合 $a-b$, $a-c$, $a-d$, $b-c$, $b-d$, $c-d$

ところで、与えられた数の中で、2つの差が10であるものに注目すると、

52と42, 45と35, 22と12の3組がある。

これより、この3組の数の中のどちらか一方に**b**と**c**がそれぞれ入っていることになり、 $b - c = 10$ より、左の大きい方に**b**が入っている。

そして、これらの3組は、 $b+d$ と **$c+d$** , $a-c$ と **$a-b$** , $b-d$ と **$c-d$** のいずれかである。他の組合せは、一方のみに**b**と**c**が入っていない。

ここで、小さい**c**と**d**の組合せは、 $(c+d) + (c-d) = 2c$ より、この和は偶数である。したがって、**b**が入っていない右側の偶数である**42**と**12**が該当する。

$c+d=42$ $c-d=12$

よって、4つの和は、 $a+b+c+d=109+42=151$

【問2】「10, 11」のように2つの連続する2ケタの整数を、それぞれ2乗して足し合わせた数のうち、一の位が3となるのはいくつあるか。【国税24年度】23_5*

1 12 2 14 3 16 **4** 18 5 20

【解説】76% 1~9までを2乗すると、1, 4, 9, 6, 5, 6, 9, 4, 1であり、足して3になるのは、4, 9 (2-3)と9, 4 (7-8)の場合であり、2ケタの該当する数を数えると、12-13, 17-18から97-98まで18個ある。

【問3】 1~9の数字から3つを取り出して「ABC」と並べて3ケタの整数とする。以下の条件を満たすとき、Bの数字として考えられるものはどれか。ただし、同じ数字を2回使用することはできない。

条件1: A, B, Cの数字を並べ替えたところ、最初の数字よりも729小さくなる。

条件2: A, B, Cの数字を並べ替えて8の倍数にすることができる。

【市役所20年度】28_7**

1 2 2 3 3 4 4 5 5 6

【解説】46% ABCとして条件を当てはめる。並び替えた数字は、ACB BAC BCA CAB CBAの5種類であるが、ABCとの差が729であるから、百の位が同じ数のACBはなく、一の位が9だからBACも該当しない。よって残りの3つ**BCA, CAB, CBA**について検討する。

差が729であるからAは9又は8であり、A=9の場合

BCAは、 $9BC - BC9 = 729 \Rightarrow C=8, B=11$ ×

CABは、 $9BC - C9B = 729 \Rightarrow C=1$ では $9B1 - 19B = 729 \Rightarrow B=2 \therefore 921$

C=2の場合、他のCBA, A=8の場合を検討するが、921が適しているならば他の検

討は不要

条件 2 から、8 の倍数となるのは偶数だから、912, 192 があり、8 の倍数である。

【問 4】 a は 3 ケタの整数である。a は 23 で割り切れるが 40 では割り切れない。
 a^2 は 40 で割り切れる。このとき、a を 7 で割ったときの余りはいくつになるか。【市役所 25 年度】 36_2*

1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

【解説】 42% a は 23 で割切れる。⇒ a^2 は 23^2 で割切れる。

a^2 は 40 で割切れる。 ⇒ a^2 は、 $40=2^3 \times 5$ で割切れる

$a^2=23^2 \times 2^2 \times 2 \times 5 \times m=23^2 \times 2^2 \times (2 \times 5 \times n)^2 \Rightarrow a=23 \times 2 \times 2 \times 5 \times n=460n$

$n=1 \Rightarrow 460 \div 40=11.5$ 整数とならないから【○】

$n=2 \Rightarrow 920 \div 40=23$ 整数となるから【×】

$460 \div 7=65$ 余り 5

【問 5】 正の整数 A 及び B があり、A は、A を 18, 27, 45 で割るといずれも 8 余る数のうち最も小さい数であり、また B は、31, 63, 79 を B で割るといずれも 7 余る数である。A と B の差として、正しいのはどれか。【特別区 26 年度】 44_2*

1 180 2 210 3 240 4 270 5 300

【解説】 53% A は 18, 27, 45 の最小公倍数より 8 多い数、B は 31, 63, 79 から 7 を引いておけば割り切れる数であるから、最小公倍数より 7 多い数だから、278

【問 6】 瞬時に点灯する 7 種類のランプがあり、それぞれ 3 秒, 4 秒, 5 秒, 6 秒, 7 秒, 8 秒, 9 秒に 1 回の周期で点灯する。今、午後 6 時ちょうどに全部のランプを同時に点灯させたとき、同日の午後 11 時 45 分ちょうどに点灯するランプは何種類か。【特別区 29 年度】 45_5*

1 3 種類 2 4 種類 3 5 種類 4 6 種類 5 7 種類

【解説】 59% $5h45m=5 \times 60+45=345$ 秒は $345 \times 60=20700s$

20700 の約数は、 $2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 23$ だから、3, 4, 5, 6, 9 が約数に含まれるから点灯し、含まれない 7, 8 は点灯しない。

【問 7】 1 桁の数 a, b を用いて次のように表される 6 桁の数があり、13 と 17 のいずれでも割り切れるとき、a と b の和はいくらか。【国 II 18 年度】 49_9**

2 6 a b 2 6

1 8 2 9 3 10 4 11 5 12

【解説】 44% 13 と 17 の最小公倍数は、221。1 の位が 6 になるから $221 \times 6=1326$ 、 $26ab00$ が 221 の倍数であるが、既に 1326 が分かっているからこれを 2 倍すると 265200 が得られ、1326 加算すると、266526 を得る。

【問 8】 6 で割ると 3 余り、7 で割ると 4 余り、8 で割ると 5 余る自然数のうち、最

も小さい数の各位の数字の積はどれか。 【地上 21 年度】 56_2*

1 9 2 12 3 18 4 24 5 30

【解説】 34% 自然数が 3 多いと割切れ余りが出ないから, 6, 7, 8, の最小公倍数より 3 少ない数字から求まる。 $168 - 3 = 165 \Rightarrow 30$

リクエストから

p57 No.6*

A, B, C の 3 人はコーヒーを飲むときは必ずそれぞれ 2 個, 3 個, 5 個の角砂糖を入れている。3 人に同数の角砂糖を渡し, それがなくなるまでコーヒーを飲み続けてもらった。すると A は角砂糖をちょうど使い切り, B と C はいくつか残った。このとき B の飲んだコーヒーは 20 杯以上 26 杯未満であった。C は残った角砂糖を B にあげた。B は自分の残りの角砂糖と C にもらった角砂糖でもう何杯か飲むことができ, 角砂糖もちょうど使い切った。C が飲んだコーヒーは何杯か。 [市役所 16 年度] 出題 SS27_2

1 10 杯 2 11 杯 3 12 杯 4 13 杯 5 14 杯

【解説】 場合分けして地道な検討が望まれる。渡された角砂糖 X は, A が丁度だから 2 の倍数, B は 1 個又は 2 個残りて 20 杯から 25 杯の内, X は偶数となるから, 20 杯では 62, 21 杯は 64, 同様に 68, 70, 74, 76 が考えられる。

C は 1~4 個残したから, X は 5 の倍数ではなく 70 が除外される。B は C から 1~4 個もらい, 自分の残っていた 1 個又は 2 個で丁度飲みきったから, もらった個数と自分の残りの合計は 3 の倍数となる。62, 64, 68, 74, 76 を検討する。各数字を 5 で割った余りと 3 で割った余りが 3 の倍数になれば丁度飲み切る。62 は $2+2$, 64 は $4+1$, 68 は $3+2$, 74 は $4+2=6$, 76 は $1+1$ したがって, 74 個が該当し, C は 4 個あげたことになる。 $74 \div 5 = 14$ 余り 4 となる。