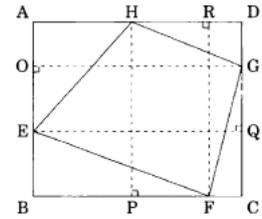


p.273~441

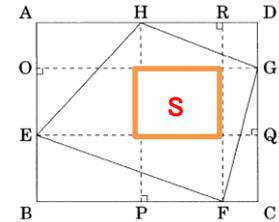
【問1】 次の図のような、辺 $AB=13\text{cm}$ 、辺 $BC=16\text{cm}$ とする長方形 $ABCD$ と、辺 AB 、辺 BC 、辺 CD 、辺 AD 上の点 E 、 F 、 G 、 H で囲まれた四角形 $EFGH$ がある。今、点 E 、 F 、 G 、 H から辺 CD 、 AD 、 AB 、 BC に垂線を引き、それぞれの交点を Q 、 R 、 O 、 P とすると、 $EO=5\text{cm}$ 、 $FP=8\text{cm}$ となった。このとき、四角形 $EFGH$ の面積はどれか。【特別区 26 年】



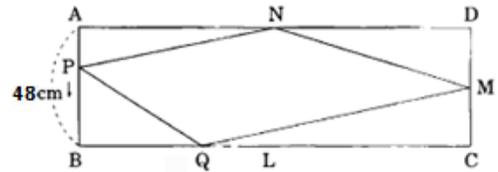
297_8**k : 6cm⇒8cm

- 1 104cm² 2 119 cm² **3** 124 cm² 4 134 cm²
5 144 cm²

【解説】56% 図の S の部分を除くと四角形 $EFGH$ の面積は全体の面積の半分である。 S は、 $S=5 \times 8=40$ だから、
 $(13 \times 16 - 40) \div 2 = 84$ 。これに S を加えるとよいから、 $84 + 40 = 124$ が得られる。

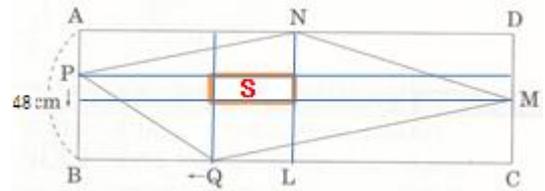


【問2】 下図のように、長方形 $ABCD$ において、辺 AB の長さを 48cm 、辺 BC 、 CD 、 DA の中点をそれぞれ L 、 M 、 N とする。点 A から点 B に向かって秒速 1cm で移動する点 P と、点 L から点 B に向かって秒速 2cm で移動する点 Q が同時に出発するとき、四角形 $PQMN$ の面積が最大になるのは出発してから何秒後か。ただし、辺 BC の長さは辺 AB の長さの 4 倍より大きい。【地上 14 年度】 299_12**k : 36cm⇒48cm



- 1 9 秒後 **2** 12 秒後 3 15 秒後 4 18 秒後 5 21 秒後

【解説】47% 四角形 $\square PQMN$ の面積は、 $\square ABCD$ から真ん中の $\square S$ を除いた半分に $\square S$ を足した値である。 $\square ABCD$ の横幅を a とすると、 t 秒後の位置から関係式を作る。



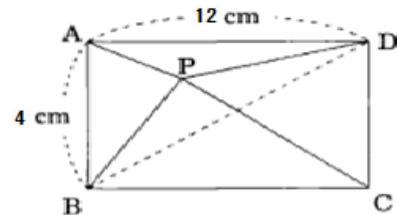
S は、 $S = 2t \times (24 - t) = 48t - 2t^2$

$\square PQMN = (48a - S) \div 2 + S$

S を代入 $(48a - (48t - 2t^2)) \div 2 + (48t - 2t^2) = 24a - 24t + t^2 + 48t - 2t^2$

$= -t^2 + 24t + 24a \Rightarrow$ 最大値は $-2t + 24 = 0$ の t だから、 $t = 12$ 秒

【問3】 次の図の四角形 $ABCD$ は長方形で、 $AB=4\text{cm}$ 、 $AD=12\text{cm}$ である。 $\triangle ABP$ と $\triangle CDP$ の面積の比が $1:2$ 、 $\triangle ADP$ と $\triangle BCP$ の面積の比が $1:3$ のとき、 $\triangle BDP$ の面積として正しいのはどれか。 【地上 13 年度】 292_2**k : 6cm⇒12cm

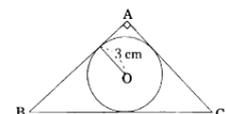


- 1 4 cm² 2 5 cm² 3 6 cm² 4 8 cm² **5** 10 cm²

【解説】52% P の位置を求める。三角形の面積は底辺 \times 高さの半分である。底辺が同じ長さであれば、面積は高さに比例するから、 $\triangle ABP$ と $\triangle CDP$ の底辺が 4cm で等しく面積が $1:2$ であるから、 P の位置は辺 AB から 4cm で $\triangle ABP$ の面積は 8cm^2 である。

同じく $\triangle ADP$ は、 6cm^2 $\triangle ABD$ は $ABCD$ の半分であるから、 24cm^2 で、 $\triangle ABP$ と $\triangle ADP$ の面積である 14cm^2 を引くと、 10cm^2

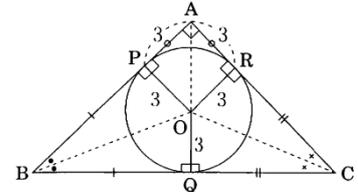
【問4】 次の図のように、面積 63cm^2 の直角三角形 ABC に半径 3cm の円 O が内接している。このとき、辺 BC の長さはいくらか。 【地上 12 年度】



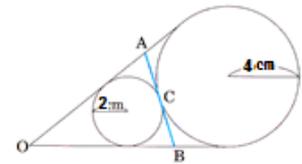
298_10*k : 54⇒63

- 1 14 cm 2 15 cm 3 16 cm 4 17 cm **5** 18 cm

【解説】53% □APOR は 3×3 の正方形，全体が 63 からこの部分を除くと，54 残りの部分を 2 分すれば△BCO の面積である。
 $BC \times 3 \div 2 = 54 \div 2 \Rightarrow BC = 18$

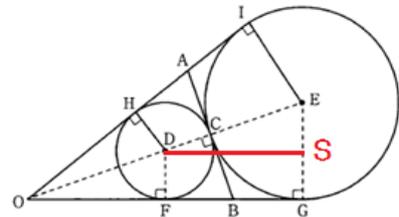


【問5】 次の図のように，半径 2 cm の円と半径 4 cm の円が点 C で接している。2 つの円に接する 3 本の接線の交点を O, A, B とするとき，AB の長さはどれか。【地上 22 年度】312_4**k : 3,6⇒2,4



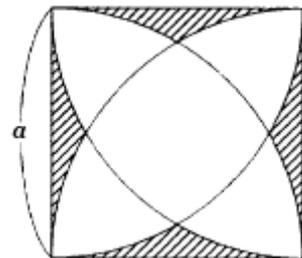
- 1 $2\sqrt{6}$ cm **2** $4\sqrt{2}$ cm 3 6 cm 4 $3\sqrt{6}$ cm
 5 $2\sqrt{3}$ cm

【解説】55% 補助線をどのように加えればよいか考える。O と C を結ぶ直線 OE を引くと，C は線分 AB の中点である。
 FG に平行に DS を描く。FG と DS は同じ長さ。DS の長さは，直角三角形 DSE の 1 辺だから， $DS^2 = DE^2 - SE^2$ より，
 $DS^2 = 36 - 4 \Rightarrow 4\sqrt{2}$ これは FG と同じだから，AB と同じ長さとなる。



理由は，円の外の 1 点から円に接する直線は 2 本引けるが，この 2 本の長さは等しいことから，BF と BC が等しく，また BG と BC も等しい。C 点は AB を 2 分するから，AB は DS と等しくなる。

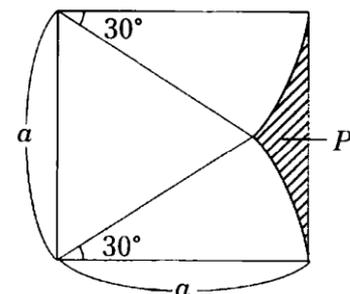
【問6】 図のような，一辺の長さが a の正方形と，正方形の各辺を半径とする円弧からなる図形の斜線部分の面積として，正しいのはどれか。ただし，円周率は π とする。【地上 22 年度】327_4* k : 選択肢の順番移動



- 1** $(4 - \sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}) a^2$ 2 $(1 - \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{12}) a^2$ 3 $(4 - \sqrt{3} - \frac{\pi}{6}) a^2$
 4 $(4 - \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{2\pi}{3}) a^2$ 5 $(1 - \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{6}) a^2$

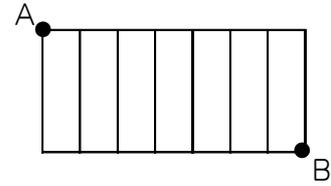
【解説】41% 半径 a の正方形から 1 辺を a とする正三角形の面積と，1 辺 a の円の 12 分の 1 の面積を 2 つ除いた面積が図の斜線部であり，これを 4 倍すれば答えが得られる。

正三角形の面積 = $a \times \frac{1}{2} a \sqrt{3} \times \frac{1}{2}$
 30 度の面積 2 つ分 = $a \times a \pi \div 12 \times 2 = \frac{\pi a^2}{6}$
 P の面積 = $a^2 - a^2 \sqrt{3}/4 - \pi a^2/6 = a^2 (1 - \sqrt{3}/4 - \pi/6)$
 求める面積は， $P \times 4 = (4 - \sqrt{3} - 2\pi/3) a^2$



【問7】 図のような縦に8本横に2本の道がある。A地点からB地点まで、同じ道を2回通ることなく行く方法は何通りか。ただし、必ずしも最短経路を通らなくてもよいものとする。【国Ⅱ8年度】378_4**k: 7本⇒8本

- 1 62通り 2 64通り 3 72通り 4 96通り
 5 128通り



【解説】74% 一つずつ経路を検討する。Aから1つの四角の右下には2通り、右上も2通りである。次の四角では、右下には4通り、右上も4通り、以下、8、16、32、64となり、Bに至る。

【問8】 6段の階段を昇る方法は全部で何通りあるか。ただし、1度に3段までしか昇れないものとする。【市役所元年度】3新377

- 1 20通り 2 21通り 3 22通り 4 23通り 5 24通り

【解説】32% 数え上げる。まずは可能性のある場合分けをする。1段のみ、2段のみ、3段のみ、1段と2段、1段と3段、1段と2段と3段、2段と3段のみはない。

- ① 11111 1通り ② 222 1通り ③ 33 1通り
 ④ 11112, 11121, 11211, 12111, 21111 5通り
 ⑤-2 1122, 1212, 1221, 2112, 2121, 2211 6通り
 ⑥ 1113, 1131, 1311, 3111 4通り
 ⑦ 123, 132, 213, 231, 312, 321 6通り

【問9】 ある高速道路に、A、B、Cの順でインターチェンジがある。この高速道路を利用するとき、A-B間で渋滞に巻き込まれる確率は0.3、B-C間で渋滞に巻き込まれる確率は0.4である。この高速道路をAからCまで走るとき、少なくともA-B間、B-C間のどちらか一方で渋滞に巻き込まれる確率として、正しいものは、次のうちどれか。【地上20年度】436_2*k: 0.2⇒0.4

- 1 0.34 2 0.39 3 0.44 4 0.49 5 0.58

【解説】63% 「少なくともどちらか」の問題では、余事象を考える。巻き込まれないのはAB間は0.7、BC間は0.6だから、 $1 - 0.7 \times 0.6 = 0.58$

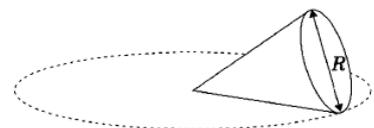
【問10】 次の図のように、半径6cmの2つの円がそれぞれの中心を通るように交わっているとき、左側円の濃い部分の面積はどれか。ただし、円周率は π とする。【地上21年度】333_10**k: 斜線⇒左側



- 1 12π 2 18π 3 $12\pi - 9\sqrt{3}$ 4 $24\pi - 18\sqrt{3}$
 5 $12\pi + 18\sqrt{3}$

【解説】30% 円二つの円が交わっている部分の面積を求め、一つの面積から引き算する。1辺6の正三角形の面積は、 $9\sqrt{3}$ 、円の1/6からこの値を引くと一つの弧状部の面積が分かる。 $6 \times 6 \times \pi \times 1/6 - 9\sqrt{3} = 6\pi - 9\sqrt{3}$ 。円の2/3の面積からこの弧状部の2倍を引くと求まる。 $6 \times 6 \times \pi \times 2/3 - 2(6\pi - 9\sqrt{3}) = 12\pi + 18\sqrt{3}$

【問11】 図のように、底面の直径がRの直円すいの側面を水平面上で滑らないように転がしたところ、ちょうど直円すいが6回転したときに水平面上の円を一周して元の位置に戻った。この



直円すいの表面積を4倍した値はいくらか。【国総24年度】343_44**k : 8回転,表面積⇒6回転,表面積を4倍

- 1 $5\pi R^2$ **2** $7\pi R^2$ 3 $9\pi R^2$ 4 $15\pi R^2$ 5 $24\pi R^2$

【解説】27% 円錐の母線をXとすると、円錐が一周すると円の長さは $2\pi X$ 、これが円錐の周りの長さ πR の6倍に等しいから、 $2\pi X=6\pi R \Rightarrow X=3R$ 6回転で1周だから、1回転は、1/6の60度。円錐の面積= $(R/2)(R/2)\pi+(3R\times 3R)\pi\times 1/6 = \pi R^2(1/4+9/6) = (7/4)\pi R^2$

【問12】 同じ鉛筆が全部で7本ある。これをA, B, Cの3人に残らず配る場合の配り方は全部で何通りか。ただし、鉛筆を1本ももらえない人がいてもよいとする。【国専24年度】379_6**k : 6本⇒7本

- 1 32通り 2 34通り **3** 36通り 4 38通り 5 40通り

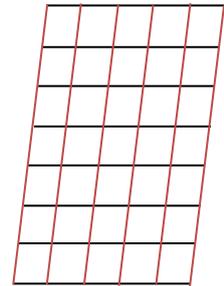
【解説】88% 2本の仕切りで同じものを含む順列 $9!/(7!2!) = {}_9C_2 = 36$

【問13】 次の図のように、平行四辺形を4本の斜めの平行線、6本の横の平行線で区切ったとき、その中にできるすべての平行四辺形の数はどれか。

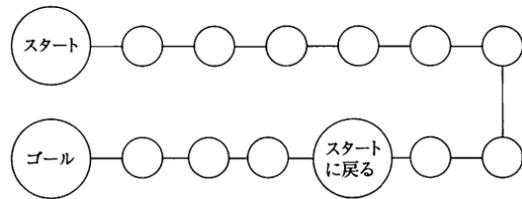
【地上18年度】388_2**k : 3本7本⇒4本6本

- 1 180 2 270 3 360 **4** 420 5 540

【解説】63% ${}_8C_2 \times {}_6C_2 = 420$



【問14】 下図のすぐろくにおいて、「スタート」の位置から、立方体のサイコロ一つを振って出た目の数だけコマを進ませ、3回目でちょうど「ゴール」の位置に止まる確率として、正しいのはどれか。ただし、「スタートに戻る」の位置に止まったときは「スタート」の位置に戻る。【地上15年度】407_7**k : 戻る位置が7番目⇒9番目



- 1 $15/216$ **2** $17/216$ 3 $19/216$ 4 $20/216$ 5 $21/216$

【解説】48% 13で上がりで、2回目までが9では最初に戻るから上がれない。3回で13になる組合せは(6, 6, 1) 3通り, (6, 5, 2) 6通り, (6, 4, 3) 6通り, (5, 5, 3) 3通り, (5, 4, 4) 3通りの合計21通り。2回で9になるのは, 63, 36, 54, 45の4通り。21-4=17通り。目の出方は $6^3=216$ だから, $17/216$

【問15】 40本のくじの中に3本の当たりくじがある。この40本の中から同時に2本のくじを引くとき、当たりくじが1本以上ある確率はいくらか。【国税21年度】420_5**k : 20本⇒40本

- 1** $\frac{19}{130}$ 2 $\frac{29}{130}$ 3 $\frac{39}{130}$ 4 $\frac{49}{130}$ 5 $\frac{27}{95}$

【解説】62% 40本から2本同時に引く方法は, ${}_{40}C_2 = 780$ 通り

当たりくじが1本以上ある場合は、当たりくじが1本で、はずれくじが1本の場合と、2本とも当たりくじの場合の2通りあるから、求める確率は、
 ${}_3C_1 \times {}_{37}C_1 / {}_{40}C_2 + {}_3C_2 / {}_{40}C_2 = 3 \times 37 / 780 + 3 / 780 = 114 / 780 = 19 / 130$