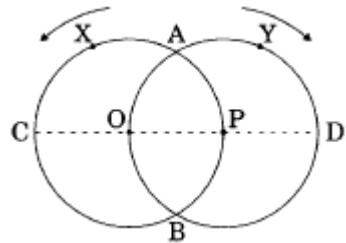


SS27_11 26 円 27 円と面積, 28 立体図形<p.306~360>

【問1】 次の図のように半径の等しい2つの円O, Pがあり, 一方の円の中心は互いに他方の円の円周上にある。2点X, Yは図のように2円の円周の一方の交点Aを同時に発し, Xは円Oの円周上を左回りに, Yは円Pの円周上を右回りにそれぞれ周回する。点Xが円Oを3周する間に点Yは円Pを2周したとすると, 点Xがちょうど10周したときの点Yの位置として, 妥当なものは次のうちどれか。【市役所15年度】311_1*



- [1] 点B上 [2] 点D上 [3] 点O上 [4] 点Bと点Oの間 [5] 点Oと点Aの間

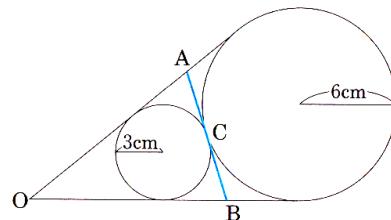
【解説】86% Xが3周する間にYは2周だから, $X \div Y = 3 \div 2$, Xが10周する間のYをx周とすると, $10 \div x = 3 \div 2 \Rightarrow 3x = 20 \quad x = 6 \frac{2}{3}$ 6周と $\frac{2}{3}$ だから, ちょうどBの位置にある。

【補足】 YはXの $\frac{2}{3}$ 周だから, 20周では, $20 \times \frac{2}{3} = 40/3 = 13\frac{1}{3}$

【問2】 次の図のように, 半径3cmの円と半径6cmの円が点Cで接している。2つの円に接する3本の接線の交点をO, A, Bとするとき, ABの長さはどれか。【地上22年度】312_4**

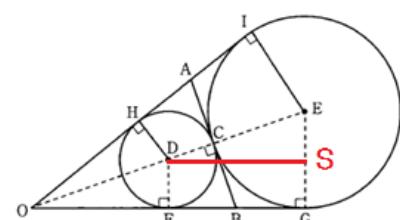
1 $3\sqrt{6}$ cm [2] $6\sqrt{2}$ cm

3 9 cm 4 $4\sqrt{6}$ cm 5 $6\sqrt{3}$ cm



【解説】65% 補助線をどのように加えればよいか考える。OとCを結ぶ直線OEを引くと, Cは線分ABの中点である。

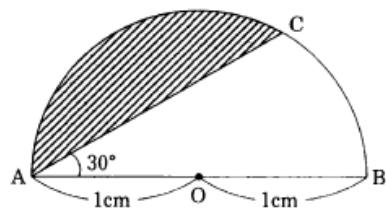
FGに平行にDSを描く。FGとDSは同じ長さ。DSの長さは, 直角三角形DSEの1辺だから, $DS^2 = DE^2 - SE^2$ より, $DS^2 = 81 - 9 = 6\sqrt{2}$ これはFGと同じだから, ABと同じ長さとなる。



理由は, 円の外の1点から円に接する直線は2本引けるが, この2本の長さは等しいことから, BFとBCが等しく, またBGとBCも等しい。C点はABを2分するから, ABはDSと等しくなる。

【問3】 次の図のような、半径 1cm の半円がある。今、円弧上に $\angle CAB = 30^\circ$ となる点 C を設け、点 A と点 C を直線で結んだとき、斜線部分の面積はどれか。ただし、円周率は π とする。

- | | | | | | |
|---|--|---|--|---|---|
| 1 | $\frac{\pi}{3} \text{ cm}^2$ | 2 | $\frac{\pi}{6} \text{ cm}^2$ | 3 | $\frac{\pi - \sqrt{5}}{3} \text{ cm}^2$ |
| 4 | $\frac{2\pi - \sqrt{3}}{6} \text{ cm}^2$ | 5 | $\frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{12} \text{ cm}^2$ | | |



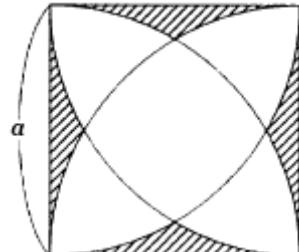
【解説】 88% OC を線で結び、2cm の半円の面積から、 $\triangle AOC$ と $\triangle OCB$ の面積を引けば求まる。

半円 : $1 \times 1 \times \pi \times 1/2$, $\triangle OBC$ は正三角形 : $1 \times 1 \times \pi \times 1/6$, $\triangle AOC$ の高さは正三角形から :

$$1 \times 0.5(\sqrt{3}) \times 1/2 \Rightarrow 1/2 \pi - 1/6 \pi - 1/4(\sqrt{3}) = \frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{12} \text{ cm}^2$$

【問4】 図のような、一边の長さが a の正方形と、正方形の各辺を半径とする円弧からなる図形の斜線部分の面積として、正しいのはどれか。ただし、円周率は π とする。【地上 22 年度】327_4*

- | | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | $(1 - \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{6}) a^2$ | 2 | $(1 - \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{12}) a^2$ |
| 3 | $(4 - \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{2\pi}{3}) a^2$ | 4 | $(4 - \sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}) a^2$ |
| 5 | $(4 - \sqrt{3} - \frac{\pi}{6}) a^2$ | | |

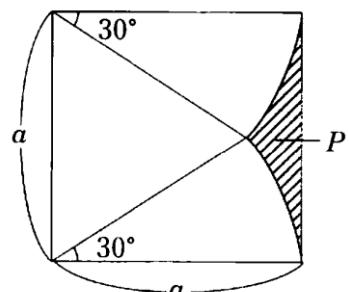


【解説】 8% 半径 a の正方形から 1 辺を a とする正三角形の面積と、1 辺 a の円の 12 分の 1 の面積を 2 つ除いた面積が図の斜線部であり、これを 4 倍すれば答えが得られる。

$$\text{正三角形の面積} = a \times 1/2 a \sqrt{3} \times 1/2 =$$

$$30 \text{ 度の面積 } 2 \text{ つ分} = a \times a \pi \div 12 \times 2 = \pi a^2 / 6$$

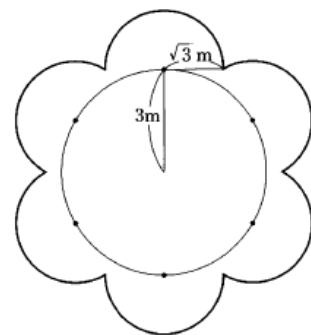
$$P \text{ の面積} = a^2 - a^2 \sqrt{3}/4 - \pi a^2 / 6 = a^2 (1 - \sqrt{3}/4 - \pi/6)$$



$$\text{求める面積は, } P \times 4 = (4 - \sqrt{3} - 2\pi/3) a^2$$

【問5】 図のような子供用のプールがある。このプールは、半径3mの円の円周を6等分した円周上の各点を中心に、半径 $\sqrt{3}$ mの円を描いてできた形を外枠としたものである。このプールの深さを50cmとするとき、このプールの容積は次のどれに最も近いか。ただし、円周率を3.14とする。 【国税18年度】342_2*

- 1 28 m³ 2 30 m³ 3 32 m³ 4 34 m³ 5 36 m³



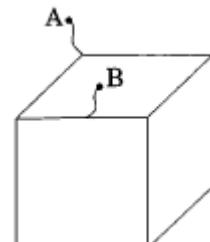
【解説】88% 1つの角度が30度の直角三角形を見出し、その直角三角形を12個分と半径 $\sqrt{3}$ mの半円6個分で面積ができるから、これに深さを掛けると容積が求まる。

直角三角形の面積は、 $3\sqrt{3} \times 6$ ① 半円の面積は、 $3 \times \pi \times 3$ ②

$$\text{容積の計算は, } (18\sqrt{3} + 9 \times 3.14) \times 0.5 = (18 \times 1.73 + 9 \times 3.14) \times 0.5 = (31.14 + 28.26) \times 0.5 = 59.4 \times 0.5 = 29.7$$

【問6】 2匹の蜂A, Bをそれぞれ同じ長さの紐につなぎ、図のように紐の反対側の端を蜂Aについては立方体の頂点に、蜂Bについては立方体の上面の辺の中点に固定した。蜂Aが移動できる部分の体積をV_a、蜂Bが移動できる部分の体積をV_bとするとき、V_aとV_bの比として正しいものは、次のうちどれか。ただし、2匹の蜂は立方体の内部には入れないものとし、紐の長さは立方体の1辺の長さの1/2より短い。【市役所21年度】344_6*

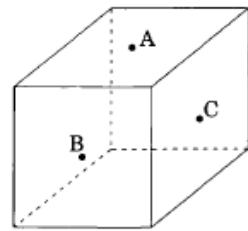
- 1 V_a : V_b = 4 : 3 2 V_a : V_b = 5 : 4 3 V_a : V_b = 6 : 5
 4 V_a : V_b = 7 : 6 5 V_a : V_b = 8 : 7



【解説】82% 球体に対する移動できる割合から比較する。Aは7/8の範囲を移動でき、Bは3/4を移動できる。∴ 7/8 : 3/4 = 7 : 6

【問7】容積 24m^3 の立方体の容器がある。この容器一杯に水を入れて蓋をした後、図のように面の中央（面の対角線の交点部分）に小さな穴を開ける。容器内に残る水の最大量は、A, B 2か所に穴を開けた場合（ア） m^3 であり、A, B, C 3か所に穴を開けた場合（イ） m^3 である。ア、イに当てはまる数の組合せとして正しいものは、次のうちどれか。ただし、容器は傾けててもよい。【市役所19年度】352_11*

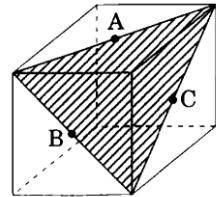
- 1 16, 20 2 18, 21 3 20, 18 4 21, 18 **5** 21, 20



【解説】82% 最大となるのはABCが水平のときである。ABCと頂点のなす体積を求め、全体から引けば残りの水量が分かる。

角錐の体積は底面×高さの $1/3$ であり底面積が半分であるから体積は全体の $1/6$ になる。残りは $5/6$ で、 $24 \times 5/6 = 20$

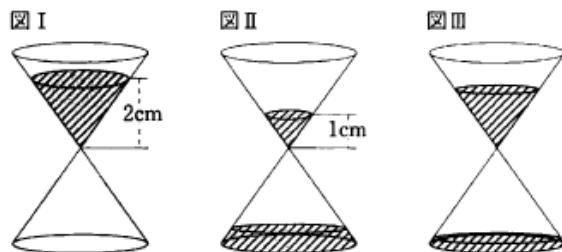
一方、穴がABの場合は、 $1/8$ であるから $24 - 3 = 21$



【問8】図Iのように、上下とも円錐形をした砂時計があり、上部のみに砂があるとき、その高さは2cmで、この砂が全て下部に落ちるまでには8分かかる。この砂時計を、図IIのように、上部にある砂の高さが1cmとなったときにひっくり返して、図IIIのようにした。この図IIIの状態から、再び上部にある砂の高さが1cmとなるまでにかかる時間として正しいものは、次のうちどれか。ただし、砂の落ちる速度は常に一定であるとする。【地上21年度】

345_8*

- 1 2分後 **2** 6分後 3 8分後
4 10分後 5 12分後



【解説】81% 砂の体積から時間が計算できる。図IとIIの砂の形状は相似の円錐形。高さの比が $2:1$ だから体積は3乗だから $8:1$

2cmのとき8分だから1cm残すまでは7分かかり、ここで反転すると上には7分の砂があるが、1cmに相当する1分の分を残すまでの時間だから、 $7-1=6$ （分）